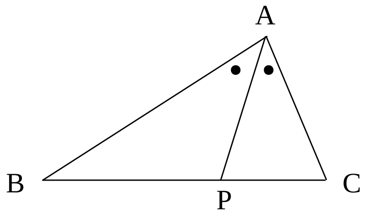
1

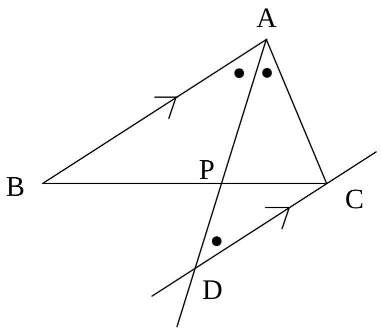
△ABC の∠A の二等分線と辺 BC の交点を P とすると，次の等式が成り立つ。

AB：AC＝BP：CP



証明

点 C を通り直線 AB と平行な直線と，直線 AP との交点を D とする。



△ABP と△DCP において，AB // CD から

∠BAP＝∠CDP （錯角） ……①

また ∠APB＝∠DPC （対頂角） ……②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから

△ABP∽△DCP

よって AB：DC＝BP：CP ……③

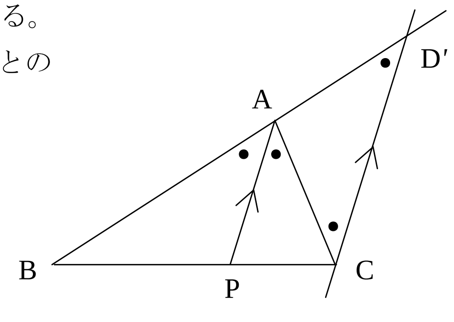
また，条件と①から ∠CAD＝∠CDA であるから，△CAD は二等辺三角形である。

よって CA＝CD ……④

③，④より AB：AC＝BP：CP

ポイント 補助線の引き方がポイントとなる。

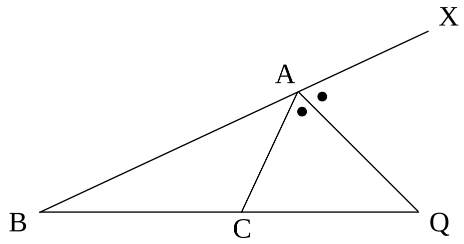
点 C を通り直線 AP と平行な直線と，直線 AB との交点 D′ としても証明できる。



2

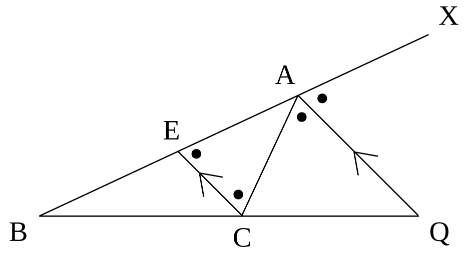
AB＞AC である△ABC の∠A の外角の二等分線と直線 BC の交点を Q とする。すなわち，∠XAQ＝∠CAQ のとき，次の等式が成り立つ。

AB：AC＝BQ：CQ



証明

点 C を通り直線 AQ と平行な直線と，辺 AB との交点を E とする。



△BAQ と△BEC において，QA // CE から

∠BAQ＝∠BEC　（同位角）　……①

∠QBA＝∠CBE　（共通）　……②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから

△BAQ∽△BEC

よって，BA：BE＝BQ：BC から

AB：(AB－EB)＝BQ：(BQ－BC)

すなわち　AB：AE＝BQ：CQ　……③

また，AQ // EC より　∠XAQ＝∠AEC　（同位角）

∠CAQ＝∠ACE　（錯角）

条件より，∠XAQ＝∠CAQ であるから　∠AEC＝∠ACE

よって，△AEC は二等辺三角形であるから　AE＝AC　……④

③，④より　AB：AC＝BQ：CQ

ポイント　補助線の引き方がポイントとなる。

点 Q を通り直線 CA と平行な直線と，直線 AB との交点 E′ としても証明できる。