複素数平面

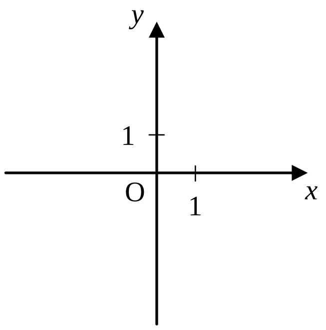
以下，i は虚数単位を表すものとする。

1

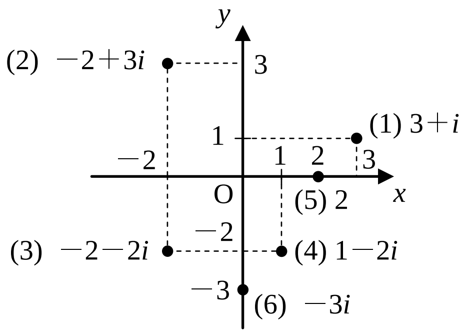
次の複素数を表す点を複素数平面上に図示せよ。

(1)　$3+i$　　(2)　$-2+3i$　　(3)　$-2-2i$

(4)　$1-2i$　　(5)　2　　(6)　$-3i$

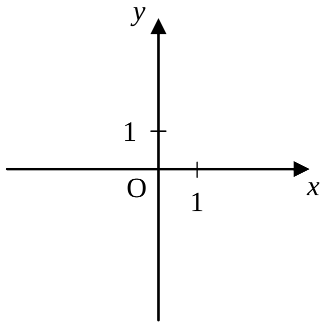


解答



$\boxed{2}$

(1)　$z=-2+i$のとき，4 点z，$\bar{z}$，$-z$，$-\bar{z}$
を複素数平面上にそれぞれ図示せよ。



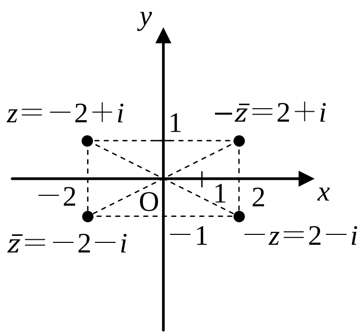
(2)　複素数 α，β について，次の問いに答えよ。

①　$\bar{\alpha}-\bar{\beta}=3$ のとき，$\alpha-\beta$を求めよ。

②　$\bar{\alpha}\,\bar{\beta}=-i$のとき，$\alpha\beta$を求めよ。

解答

(1)



(2)　①　$\bar{\alpha}-\bar{\beta}$は実数であるから　$\overline{\bar{\alpha}-\bar{\beta}}=3$

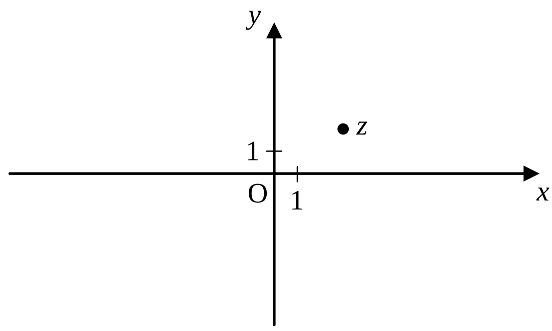
よって　$\overline{\bar{\alpha}-\bar{\beta}}=\bar{\bar{\alpha}}-\bar{\bar{\beta}}=\alpha-\beta=\mathbf{3}$

②　$\bar{\alpha}\,\bar{\beta}$は純虚数であるから　$\overline{\bar{\alpha}\,\bar{\beta}}=-\bar{\alpha}\,\bar{\beta}=i$

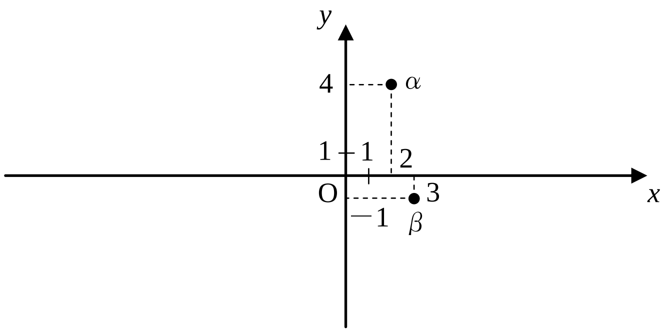
よって　$\overline{\bar{\alpha}\,\bar{\beta}}=\bar{\bar{\alpha}}\,\bar{\bar{\beta}}=\alpha\beta=\boldsymbol{i}$

3

(1)　$z=3+2i$ のとき，点 $2z$，$3z$，$-z$，$-2z$，$-3z$ を複素数平面上にそれぞれ図示せよ。

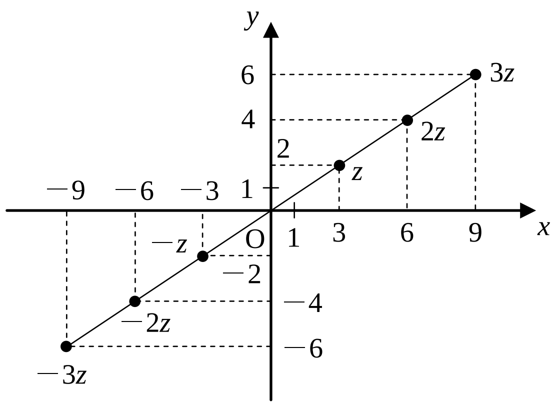


(2)　$\alpha=2+4i$，$\beta=3-i$ のとき，点 $\alpha+\beta$，$\alpha-\beta$，$-\alpha-4\beta$ を複素数平面上にそれぞれ図示せよ。

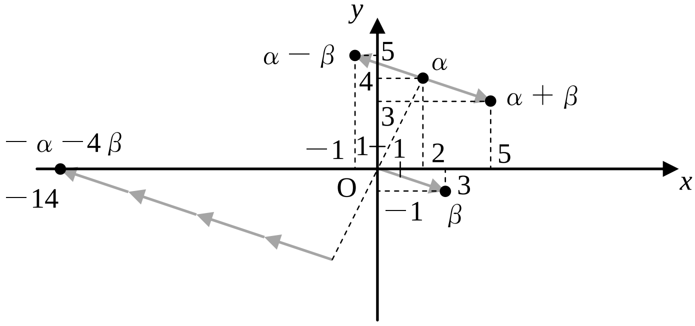


解答

(1)



(2)



$\boxed{4}$
次の複素数の絶対値を求めよ。

(1)　$-2+i$　　(2)　$5-12i$　　(3)　-4　　(4)　$3i$

解答

(1)　$|-2+i|=\sqrt{(-2)^2+1^2}=\boldsymbol{\sqrt{5}}$

(2)　$|5-12i|=\sqrt{5^2+(-12)^2}=\mathbf{13}$

(3)　$|-4|=\sqrt{(-4)^2+0^2}=\mathbf{4}$

(4)　$|3i|=\sqrt{0^2+3^2}=\mathbf{3}$

$\boxed{5}$

次の複素数を極形式で表せ。ただし，偏角 θ は $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。

(1)　$1-i$　　(2)　$-\sqrt{3}+i$　　(3)　2　　(4)　$-i$

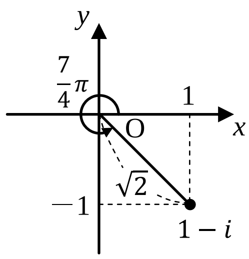
解答

(1)　$1-i$の絶対値は

$$|1-i| = \sqrt{1^2+(-1)^2} = \sqrt{2}$$

偏角 θ は

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}},\ \sin\theta = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ より}\quad \theta = \frac{7}{4}\pi$$



よって　$1-i = \boldsymbol{\sqrt{2}\left(\cos\frac{7}{4}\pi + i\sin\frac{7}{4}\pi\right)}$

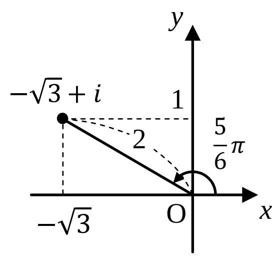
(2)　$-\sqrt{3}+i$の絶対値は

$$\left|-\sqrt{3}+i\right| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2+1^2} = 2$$

偏角 θ は

$$\cos\theta = \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2},\ \sin\theta = \frac{1}{2} \text{ より}$$

$$\theta = \frac{5}{6}\pi$$



よって　$-\sqrt{3}+i = \boldsymbol{2\left(\cos\frac{5}{6}\pi + i\sin\frac{5}{6}\pi\right)}$

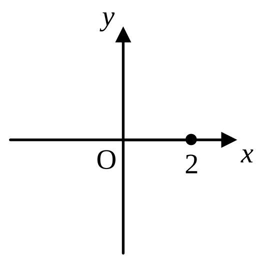
(3)　2 の絶対値は

$$|2| = \sqrt{2^2+0^2} = 2$$

偏角 θ は

$$\cos\theta = \frac{2}{2} = 1,\ \sin\theta = \frac{0}{2} = 0 \text{ より}$$

$$\theta = 0$$



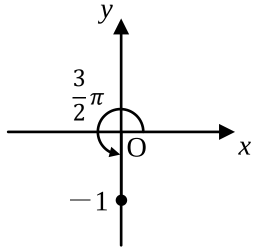
よって　$2 = \boldsymbol{2(\cos 0 + i\sin 0)}$

(4)　$-i$ の絶対値は

$$|-i| = \sqrt{0^2+(-1)^2} = 1$$

偏角 θ は

$$\cos\theta = \frac{0}{1} = 0,\ \sin\theta = \frac{-1}{1} = -1 \text{ より}\quad \theta = \frac{3}{2}\pi$$



よって　$-i = \boldsymbol{\cos\frac{3}{2}\pi + i\sin\frac{3}{2}\pi}$

$\boxed{6}$

$\alpha=1+i$，$\beta=-1-\sqrt{3}i$のとき，$\alpha\beta$，$\dfrac{\alpha}{\beta}$をそれぞれ極形式で表せ。

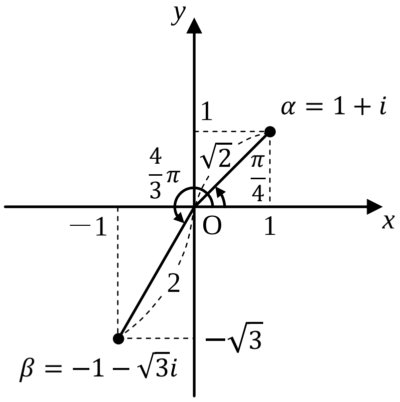
ただし，偏角θは $0\leqq\theta<2\pi$とする。

解答

α，βの極形式は

$$\alpha=1+i=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\beta=-1-\sqrt{3}i=2\left(\cos\frac{4}{3}\pi+i\sin\frac{4}{3}\pi\right)$$



であるから

$$\boldsymbol{\alpha\beta}=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)\cdot 2\left(\cos\frac{4}{3}\pi+i\sin\frac{4}{3}\pi\right)$$

$$=2\sqrt{2}\left\{\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{4}{3}\pi\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{4}{3}\pi\right)\right\}$$

$$=\boldsymbol{2\sqrt{2}\left(\cos\frac{19}{12}\pi+i\sin\frac{19}{12}\pi\right)}$$

$$\frac{\boldsymbol{\alpha}}{\boldsymbol{\beta}}=\frac{\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)}{2\left(\cos\frac{4}{3}\pi+i\sin\frac{4}{3}\pi\right)}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left\{\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{4}{3}\pi\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{4}{3}\pi\right)\right\}$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\left\{\cos\left(-\frac{13}{12}\pi\right)+i\sin\left(-\frac{13}{12}\pi\right)\right\}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{11}{12}\pi+i\sin\frac{11}{12}\pi\right)}$$

$\boxed{7}$
2 つの複素数 $\alpha=1+\sqrt{3}i$，z について，点 αz は点 z をどのように移動した点か。

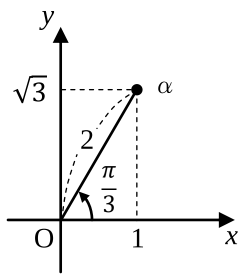
解答

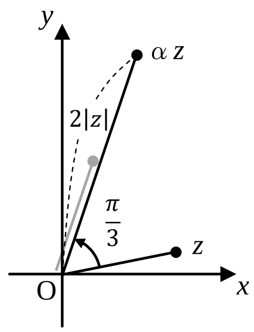
$\alpha=1+\sqrt{3}i=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

であるから，**点 $\boldsymbol{\alpha z}$ は**

点 $\boldsymbol{z}$ を，原点Oのまわりに $\boldsymbol{\frac{\pi}{3}}$ だけ

回転し，原点からの距離を2倍
した点である。



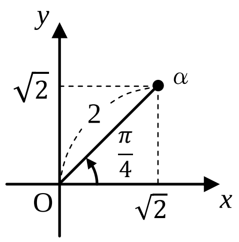


$\boxed{8}$

2 つの複素数$\alpha = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$，$z$について，点$\dfrac{z}{\alpha}$は点$z$をどのように移動した点か。

解答

$\alpha = \sqrt{2} + \sqrt{2}i = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$

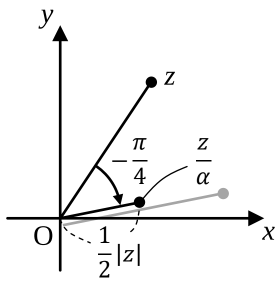


であるから，**点$\boldsymbol{\dfrac{z}{\alpha}}$は**

点$\boldsymbol{z}$を，原点$\mathbf{O}$のまわりに$\boldsymbol{-\dfrac{\pi}{4}}$だけ

回転し，原点からの距離を$\boldsymbol{\dfrac{1}{2}}$倍

した点である。



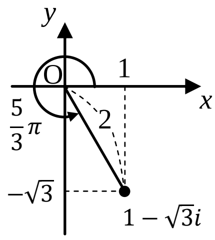
$\boxed{9}$

次の計算をせよ。

(1)　$\left(1-\sqrt{3}i\right)^6$　　　(2)　$(-1+i)^{-4}$

解答

(1)　$1-\sqrt{3}i=2\left(\cos\frac{5}{3}\pi+i\sin\frac{5}{3}\pi\right)$



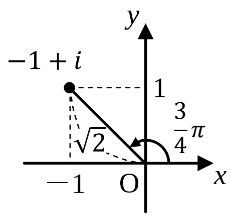
であるから，ド・モアブルの定理により

$$\left(1-\sqrt{3}i\right)^6=\left\{2\left(\cos\frac{5}{3}\pi+i\sin\frac{5}{3}\pi\right)\right\}^6$$

$$=2^6\cdot\left\{\cos\left(6\cdot\frac{5}{3}\pi\right)+i\sin\left(6\cdot\frac{5}{3}\pi\right)\right\}$$

$$=64(\cos 10\pi+i\sin 10\pi)=\mathbf{64}$$

(2)　$-1+i=\sqrt{2}\left(\cos\frac{3}{4}\pi+i\sin\frac{3}{4}\pi\right)$



であるから，ド・モアブルの定理により

$$(-1+i)^{-4}=\left\{\sqrt{2}\left(\cos\frac{3}{4}\pi+i\sin\frac{3}{4}\pi\right)\right\}^{-4}$$

$$=\left(\sqrt{2}\right)^{-4}\cdot\left[\cos\left\{(-4)\cdot\frac{3}{4}\pi\right\}+i\sin\left\{(-4)\cdot\frac{3}{4}\pi\right\}\right]$$

$$=\frac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^4}\{\cos(-3\pi)+i\sin(-3\pi)\}$$

$$=-\mathbf{\frac{1}{4}}$$

１０

極形式を利用して，方程式 $z^6=1$ を解け。

解答

$r>0$，$0\leqq\theta<2\pi$ として，$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ とおくと，ド・モアブルの定理により

$z^6=r^6(\cos 6\theta+i\sin 6\theta)$　　　また，1 の極形式は　$1=1(\cos 0+i\sin 0)$

よって　$r^6(\cos 6\theta+i\sin 6\theta)=1(\cos 0+i\sin 0)$

ここで，1 の偏角は $0+2k\pi$（k は整数）であるから，両辺の絶対値と偏角を比較すると

$r^6=1$，$6\theta=2k\pi$（k は整数）

$r>0$ であるから　$r=1$　　また　$\theta=\dfrac{1}{3}k\pi$

$0\leqq\theta<2\pi$の範囲で考えると　$k=0$，1，2，3，4，5

したがって，$\theta=0$，$\dfrac{\pi}{3}$，$\dfrac{2}{3}\pi$，π，$\dfrac{4}{3}\pi$，$\dfrac{5}{3}\pi$ であるから，求める解は

$$z=\cos 0+i\sin 0,\ \cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3},\ \cos\frac{2}{3}\pi+i\sin\frac{2}{3}\pi,\ \cos\pi+i\sin\pi,\ \cos\frac{4}{3}\pi+i\sin\frac{4}{3}\pi,\ \cos\frac{5}{3}\pi+i\sin\frac{5}{3}\pi$$

すなわち　$\boldsymbol{z=1,\ \dfrac{1+\sqrt{3}i}{2},\ \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2},\ -1,\ \dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2},\ \dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}}$

１１

方程式 $z^3=8i$ を解け。

解答

$r>0$，$0\leqq\theta<2\pi$ として，$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ とおくと，ド・モアブルの定理により

$z^3=r^3(\cos 3\theta+i\sin 3\theta)$　　また，$8i$の極形式は　$8i=8\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$

よって　$r^3(\cos 3\theta+i\sin 3\theta)=8\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$

ここで，$8i$の偏角は$\frac{\pi}{2}+2k\pi$ $(k$は整数$)$ であるから，両辺の絶対値と偏角を比較すると

$r^3=8$，$3\theta=\frac{\pi}{2}+2k\pi$ $(k$は整数$)$

$r>0$ であるから　$r=2$　　また　$\theta=\frac{\pi}{6}+\frac{2}{3}k\pi$　　$0\leqq\theta<2\pi$の範囲で考えると　$k=0$，1，2

したがって，$\theta=\frac{\pi}{6}$，$\frac{5}{6}\pi$，$\frac{3}{2}\pi$ であるから，求める解は

$z=2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$，$2\left(\cos\frac{5}{6}\pi+i\sin\frac{5}{6}\pi\right)$，$2\left(\cos\frac{3}{2}\pi+i\sin\frac{3}{2}\pi\right)$

すなわち　$\boldsymbol{z=\sqrt{3}+i,\ -\sqrt{3}+i,\ -2i}$

$\boxed{１２}$

(1)　2 点 P($-6+7i$)，Q($-i$)を結ぶ線分 PQ を 1 : 3 に内分する点，外分する点を表す複素数を，それぞれ求めよ。また，線分 PQ の中点を表す複素数を求めよ。

(2)　3 点 A($-6+7i$)，B($-i$)，C(3)を頂点とする△ABC の重心を表す複素数を求めよ。

解答

(1)　線分 PQ を 1 : 3 に

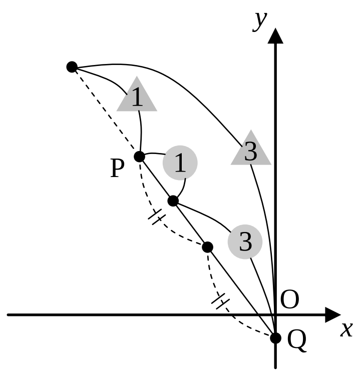
内分する点は　$\dfrac{3(-6+7i)+1\cdot(-i)}{1+3}=\dfrac{-18+20i}{4}$

$=\boldsymbol{\dfrac{-9+10i}{2}}$

外分する点は　$\dfrac{-3(-6+7i)+1\cdot(-i)}{1-3}=\dfrac{18-22i}{-2}$

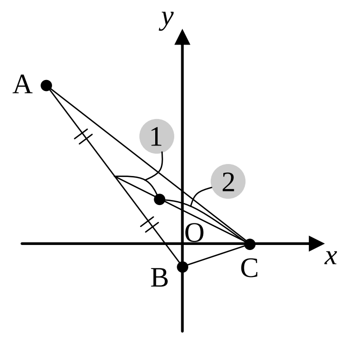
$=\boldsymbol{-9+11i}$

線分 PQ の中点は　$\dfrac{(-6+7i)+(-i)}{2}=\dfrac{-6+6i}{2}=\boldsymbol{-3+3i}$



(2)　求める重心は

$\dfrac{(-6+7i)+(-i)+(3)}{3}=\dfrac{-3+6i}{3}=\boldsymbol{-1+2i}$



$\boxed{１３}$

2 点 P$(-6+7i)$，Q$(-i)$ 間の距離を求めよ。

解答

$|(-6+7i)-(-i)| = |-6+8i| = \sqrt{(-6)^2+8^2} = \sqrt{100} = \mathbf{10}$

１４

次の等式を満たす点 z のえがく図形を求めよ。

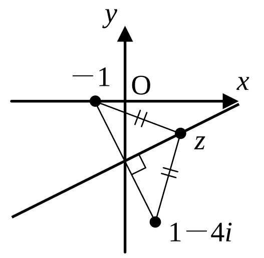
(1)　$|z+1|=|z-1+4i|$　　　　(2)　$|2z+4-3i|=5$

解答

(1)　与えられた等式を変形すると，

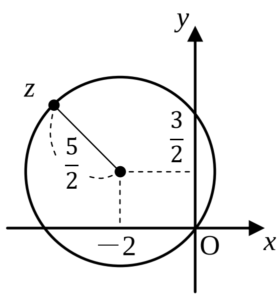
$$|z-(-1)|=|z-(1-4i)|$$

であるから，点 z は **2 点 -1，$1-4i$ を結ぶ線分の垂直二等分線** をえがく。



(2)　与えられた等式を変形すると　$\left|z-\dfrac{-4+3i}{2}\right|=\dfrac{5}{2}$

よって，点zは **点$\dfrac{-4+3i}{2}$を中心とする半径$\dfrac{5}{2}$の円** をえがく。



１５

等式 $|z+16|=3|z-8i|$ を満たす点 z のえがく図形を求めよ。

解答

等式の両辺を 2 乗すると　$|z+16|^2=9|z-8i|^2$

共役な複素数の性質により

$$(z+16)\overline{(z+16)}=9(z-8i)\overline{(z-8i)}$$

$$(z+16)(\bar{z}+16)=9(z-8i)(\bar{z}+8i)$$

展開すると　$z\,\bar{z}+16z+16\bar{z}+256=9(z\,\bar{z}+8i\,z-8i\,\bar{z}-64i^2)=9z\,\bar{z}+72i\,z-72i\,\bar{z}+576$

整理すると　$z\,\bar{z}-2z-2\bar{z}+9i\,z-9i\,\bar{z}+40=0$

絶対値の 2 乗ができるように変形すると

$$z(\bar{z}-2+9i)-2(\bar{z}-2+9i)-9i(\bar{z}-2+9i)-4+81i^2+40=0$$

$$(z-2-9i)(\bar{z}-2+9i)=45$$

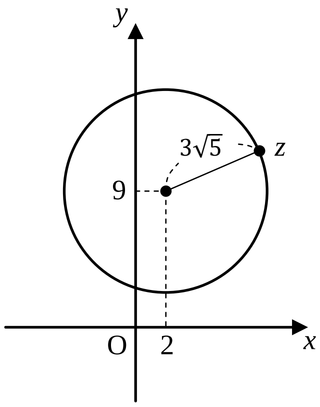
$$(z-2-9i)\overline{(z-2-9i)}=45$$

$$|z-2-9i|^2=\left(3\sqrt{5}\right)^2$$

$\overline{z-2-9i}=\bar{z}-2+9i$ であることを考慮して，$(z-2-9i)(\bar{z}-2+9i)$ の形ができるように式変形する。

よって　$|z-2-9i|=3\sqrt{5}$

したがって，点 z は**点 $2+9i$ を中心とする半径 $3\sqrt{5}$ の円**をえがく。



１６

点 z が原点 O を中心とする半径 1 の円周上を動くとき，$w=2z-i$ を満たす点 w のえがく図形を求めよ。

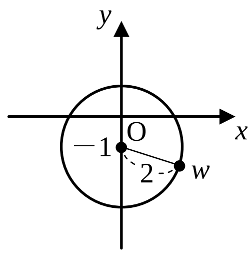
解答

点 z は原点 O(0)を中心とする半径 1 の円をえがくから　$|z|=1$　……①

$w=2z-i$ から　$2z=w+i$　　よって　$z=\dfrac{w+i}{2}$

これを①に代入すると　$\left|\dfrac{w+i}{2}\right|=1$　　$|w+i|=2$

したがって，点 w は **点 $-i$ を中心とする半径 2 の円** をえがく。



$\boxed{１７}$

(1)　3 点を A($-\sqrt{3}+i$)，B($1-\sqrt{3}$)，C($2+2i$)とするとき，∠BAC の大きさを求めよ。

(2)　3 点 A($-\sqrt{3}+i$)，B($1-\sqrt{3}$)，C(ai)が次の条件を満たすように，実数 a の値を定めよ。

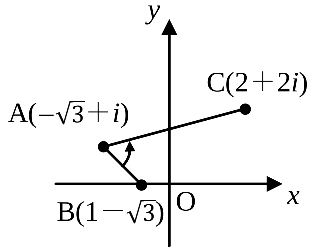
　①　3 点 A，B，C が一直線上にある　　　　　②　AB⊥AC

解答

(1)　$\angle\mathrm{BAC}=\arg\dfrac{2+2i-(-\sqrt{3}+i)}{(1-\sqrt{3})-(-\sqrt{3}+i)}=\arg\dfrac{2+\sqrt{3}+i}{1-i}$

$=\arg\dfrac{(2+\sqrt{3}+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\arg\dfrac{2+2i+\sqrt{3}+\sqrt{3}i+i+i^2}{1-i^2}$

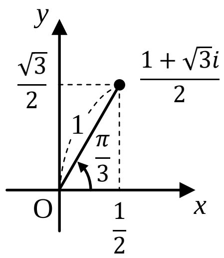
$=\arg\dfrac{1+\sqrt{3}+(\sqrt{3}+3)i}{2}=\arg(1+\sqrt{3})\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$



ここで，$\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}=\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}$であるから

$\arg(1+\sqrt{3})\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}=\dfrac{\pi}{3}$

よって　$\angle\mathrm{BAC}=\boldsymbol{\dfrac{\pi}{3}}$



(2)　$\alpha=-\sqrt{3}+i$，$\beta=1-\sqrt{3}$，$\gamma=ai$とし，まず$\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$を計算すると

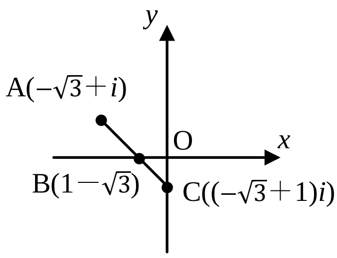
$$\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\frac{ai-(-\sqrt{3}+i)}{1-\sqrt{3}-(-\sqrt{3}+i)}=\frac{\sqrt{3}+(a-1)i}{1-i}=\frac{\{\sqrt{3}+(a-1)i\}(1+i)}{(1-i)(1+i)}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}i+(a-1)i+(a-1)i^2}{1-i^2}=\frac{\sqrt{3}+1-a+(\sqrt{3}-1+a)i}{2}\quad\cdots\cdots\text{(i)}$$

①　3 点 A，B，C が一直線上にあるには，

(i)が実数であればよい。

よって，$\sqrt{3}-1+a=0$ から　$\boldsymbol{a=-\sqrt{3}+1}$

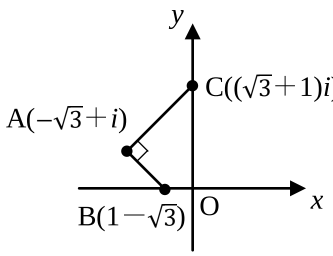


②　AB⊥AC となるには，

(i)が純虚数であればよい。

よって，$\sqrt{3}+1-a=0$ かつ$\sqrt{3}-1+a\neq0$ から

$\boldsymbol{a=\sqrt{3}+1}$



１８

(1)　異なる 3 点 A(α)，B(β)，C(γ)に対して，等式 $(1+\sqrt{3}i)\beta-(-1+\sqrt{3}i)\alpha=2\gamma$ が成り立つとき，△ABC はどのような三角形か。

(2)　異なる 3 点 O(0)，A(α)，B(β)に対して，等式 $\alpha^2-\sqrt{3}\alpha\beta+\beta^2=0$ が成り立つとき，△OAB はどのような三角形か。

解答

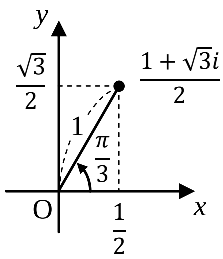
(1)　等式を変形すると，$(1+\sqrt{3}i)\beta-(1+\sqrt{3}i)\alpha+2\alpha=2\gamma$ より　$(1+\sqrt{3}i)(\beta-\alpha)=2(\gamma-\alpha)$

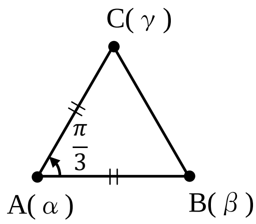
よって　$\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$

ここで　$\left|\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}\right|=1,\quad \arg\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}=\dfrac{\pi}{3}$ より

$\mathrm{AB}=\mathrm{AC},\quad \angle\mathrm{BAC}=\dfrac{\pi}{3}$

したがって，△ABC は **正三角形** である。





(2)　$\beta\neq0$ より $\beta^2\neq0$ であるから，等式の両辺を β^2 で割ると

$\dfrac{\alpha^2}{\beta^2}-\sqrt{3}\dfrac{\alpha}{\beta}+1=0$

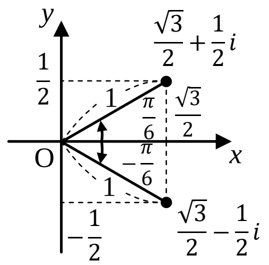
よって　$\dfrac{\alpha}{\beta}=\dfrac{-(-\sqrt{3})\pm\sqrt{3-4}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}\pm i}{2}$

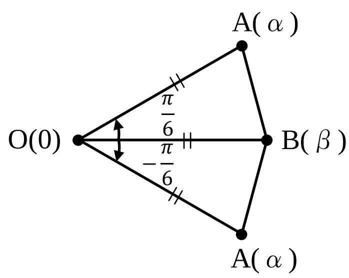
ここで，$\dfrac{\sqrt{3}\pm i}{2}=\cos\dfrac{\pi}{6}\pm i\sin\dfrac{\pi}{6}$ であるから

$\left|\dfrac{\sqrt{3}\pm i}{2}\right|=1,\ \arg\dfrac{\sqrt{3}\pm i}{2}=\pm\dfrac{\pi}{6}$

したがって，△OAB は　$\mathbf{OB=OA,\ \angle BOA=\dfrac{\pi}{6}}$

の二等辺三角形 である。





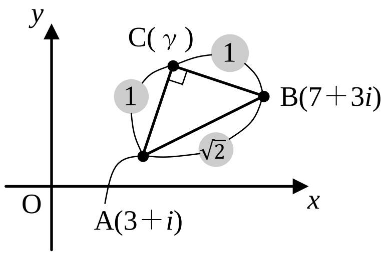
１９

(1)　$\alpha = 3 + i$，$\beta = 7 + 3i$とするとき，点βを点αのまわりに$\dfrac{2}{3}\pi$だけ回転した点を表す複素数zを求めよ。

(2)　3 点 A(3＋i)，B(7＋3i)，C(γ)を頂点とする三角形が，右の図のような

AB：AC：BC＝$\sqrt{2}$：1：1

の直角二等辺三角形であるとき，γを求めよ。



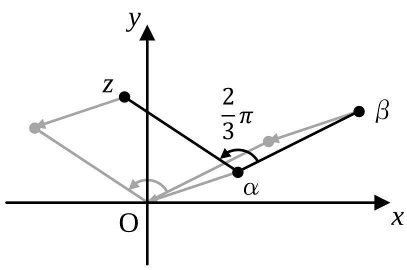
解答

(1)　$\boldsymbol{z} = \{(7+3i)-(3+i)\}\cdot\left(\cos\dfrac{2}{3}\pi + i\sin\dfrac{2}{3}\pi\right) + (3+i)$

$= (4+2i)\cdot\left(\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right) + (3+i)$

$= -2 + 2\sqrt{3}i - i + \sqrt{3}i^2 + 3 + i$

$= \boldsymbol{1 - \sqrt{3} + 2\sqrt{3}i}$



(2)　$\alpha = 3 + i$，$\beta = 7 + 3i$とすると，点γは，点βを点αのまわりに$\dfrac{\pi}{4}$だけ回転し，点αからの距離を$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$倍した点である。

よって　$\boldsymbol{\gamma} = \{(7+3i)-(3+i)\}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right) + (3+i)$

$= (4+2i)\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}\right) + (3+i) = 2 + 2i + i + i^2 + 3 + i$

$= \boldsymbol{4 + 4i}$

研究

複素数 z が，不等式 $|2z+4-3i|\leqq 5$ を満たすとき，点 z の表す領域を図示せよ。

解答

与えられた等式を変形すると $\left|z-\dfrac{-4+3i}{2}\right|\leqq\dfrac{5}{2}$

よって，点zの表す領域は,

点$\dfrac{-4+3i}{2}$を中心とする半径$\dfrac{5}{2}$の円およびその内部

で，右の図の斜線部分である。

ただし，境界線を含む。