数列

1

(1)　次の数列の一般項 a_n，初項から第 n 項までの和 S_n をそれぞれ求めよ。

①　初項が 7，公差が -3 の等差数列　　　②　初項が 4，公比が $\dfrac{1}{2}$ の等比数列

(2)　第 7 項が 5，第 20 項が -21 である等差数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えよ。

①　初項 a，公差 d を求めよ。

②　初項から第何項までの和が最大となるか。また，その最大値を求めよ。

(3)　等比数列 $\{b_n\}$ について，$\dfrac{1}{b_1}+\dfrac{1}{b_2}=\dfrac{2}{3}$，$\dfrac{1}{b_3}+\dfrac{1}{b_4}=\dfrac{2}{27}$ が成り立っている。このとき，$\dfrac{1}{b_5}+\dfrac{1}{b_6}$ を求めよ。

2

互いに異なる 3 つの数 x，y，z があり，$x+y+z=3$ を満たしている。x，y，z はこの順で等差数列をなし，z，x，y はこの順で等比数列をなしている。このとき，x，y，z をそれぞれ求めよ。

3　次の数列の初項から第 n 項までの和を求めよ。

(1)　2，5，8，11，14，……　　　(2)　1，8，27，64，125，……

(3)　1，$1-2$，$1-2+4$，$1-2+4-8$，$1-2+4-8+16$，……

4　次の数列の初項から第 n 項までの和を求めよ。

(1)　$\dfrac{1}{1\cdot 2}$，$\dfrac{1}{2\cdot 3}$，$\dfrac{1}{3\cdot 4}$，$\dfrac{1}{4\cdot 5}$，$\dfrac{1}{5\cdot 6}$，……　　　(2)　$1\cdot 3$，$2\cdot 9$，$3\cdot 27$，$4\cdot 81$，$5\cdot 243$，……

(3)　$\dfrac{1}{1+\sqrt{3}}$，$\dfrac{1}{\sqrt{2}+2}$，$\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$，$\dfrac{1}{2+\sqrt{6}}$，$\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$，……

5

数列 5，55，555，5555，55555，…… の一般項 a_n と，初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

6

初項から第 n 項までの和 S_n と，一般項 a_n が　$S_n=a_n+n^2-n$　という関係を満たしている数列 $\{a_n\}$ の，一般項 a_n を求めよ。

$\boxed{7}$ 1 から順にならべた自然数を

$1 \mid 2, 3 \mid 4, 5, 6 \mid 7, 8, 9, 10 \mid 11, 12, 13, 14, 15 \mid 16, \cdots\cdots$

のように，第 n 群に n 個の数を含むように分けた群数列について，次の問いに答えよ。

(1) 第 10 群の最初の数を求めよ。

(2) 第 10 群に含まれる数の総和を求めよ。

(3) 第 n 群に含まれる数の総和を求めよ。

$\boxed{8}$ $a_1=1$，$a_{n+1}=3a_n+2n$ $(n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ で定義される数列$\{a_n\}$について，次の問いに答えよ。

(1) a_{n+2} を，a_{n+1}，n を用いて表せ。

(2) $b_n=a_{n+1}-a_n$ とおいて，b_{n+1} を b_n を用いて表せ。

(3) b_n を求めよ。

(4) a_n を求めよ。

$\boxed{9}$ 次のことを，数学的帰納法を用いて証明せよ。

(1) すべての自然数 n について，n^2+n は偶数である。

(2) 2 以上のすべての自然数 n について，n^3-n は 6 の倍数である。