

指数関数・対数関数

1

次の計算をせよ。ただし、(2)では $x > 0$ 、(3)では $x > 0$ 、 $y > 0$ とする。

(1) $9^2 \times \frac{1}{27} \div 3^3$

(2) $\frac{1}{x^2} \div \sqrt{\frac{1}{x^3}}$

(3) $\sqrt[4]{x^3y} \times \sqrt{\frac{y}{x}} \div \sqrt[4]{\frac{y^3}{x}}$

(4) $\sqrt[3]{-8} \div 4^{0.25}$

2

(1) $x > 0$, $x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} = -2$ のとき, $x + x^{-1}$ の値を求めよ。

(2) $x > 0$, $x^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}} = 3$ のとき, $x + x^{-1}$ の値を求めよ。

(3) $3^x - 3^{-x} = 2$ のとき, 次の値を求めよ。

① $3^x + 3^{-x}$

② 3^x

3

次の関数のグラフをかき， $y=3^x$ との位置関係を答えよ。

(1) $y = 3^{x+1}$

(2) $y = -\left(\frac{1}{3}\right)^x$

4

- (1) 次の3数の大小を比較せよ。 $\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[6]{2}}$, $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[5]{4}}$, $\frac{\sqrt[6]{2}}{\sqrt[10]{2}}$
- (2) 次の2数の大小を比較せよ。 $\sqrt{2}$, $\sqrt[5]{6}$

5

次の方程式，不等式を解け。

(1) $4^{x-1} = 2\sqrt{2}$

(2) $4^{x-1} \geq 2\sqrt{2}$

(3) $\left(\frac{1}{9}\right)^x < \frac{1}{\sqrt{3}}$

(4) $8^x - 2^{x+2} = 0$

6

- (1) 関数 $y=6 \cdot 3^x - 9^{x+1}$ における最大値を求めよ。
- (2) $y=2(2^x+2^{-x})+4^x+4^{-x}$ とする。 $2^x+2^{-x}=t$ とおくと、 y を t を用いて表せ。
また、関数 y の最小値を求めよ。

7

(1) 次の対数の値を求めよ。

① $\log_2 \frac{1}{8}$

② $\log_3 \sqrt{3}$

(2) 次の式を簡単にせよ。

① $\log_4 8 - \log_4 2$

② $\log_{12} 8 + \log_{12} 18$

(3) 次の式を簡単にせよ。

① $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{4}$

② $\log_4 9 \cdot \log_3 8$

8

$\log_3 5 = a$, $\log_7 9 = b$ とするとき, $\log_5 7$ を a , b で表せ。

9

次の空欄を埋めよ。

$y = \log_8 4(x-1)^3$ のグラフは、 $y = \log_2 x$ のグラフを x 軸方向に , y 軸方向に だけ平行移動したグラフである。

10

(1) 次の3数の大小を比較せよ。 2 , $\log_2 6$, $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{27}$

(2) 次の2数の大小を比較せよ。 $\log_2 3$, $\log_3 4$

11

(1) $4^{\log_2 \sqrt{2}}$ の値を求めよ。

(2) 次の方程式を解け。

① $\log_3(x+1) = \log_9(x+3)$

② $\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^2 = 0$

(3) 次の不等式を解け。

① $\log_{\frac{1}{3}}(x^2+5) > -2$

② $\log_2 x + \log_4(x+1) < \frac{1}{2}$

12

(1) 関数 $y = \left(\log_{\frac{1}{9}} x\right)^2 + \log_3 x$ の最小値を求めよ。

(2) 関数 $y = (\log_2 2x) \left(\log_{\frac{1}{4}} x\right)$ の最大値を求めよ。

13

$\log_{10}2=0.3010$ とする。次の問いに答えよ。

(1) 5^{20} は何桁の整数か。

(2) $\left(\frac{1}{4}\right)^{25}$ は小数で表すと、小数第何位に初めて 0 でない数字が現れるか。

研究

$\log_{10}2=0.3010$, $\log_{10}3=0.4771$ とし, $N=6^{20}$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) N は何桁の整数か。 (2) N の最高位の数を求めよ。 (3) N の一の位の数を求めよ。