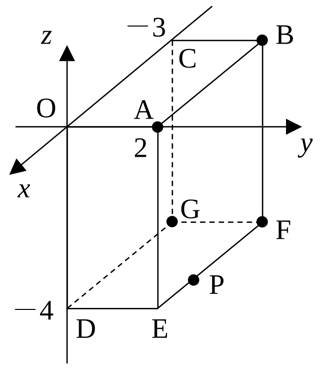
空間のベクトル

1

次の問いに答えよ。

(1)　①　右の図の直方体 OABC-DEFG について，
点 A，B，F，G の座標を求めよ。

②　点 P(－1，2，－4)と，xy 平面，z 軸，原点に関して対称な点の座標を求めよ。



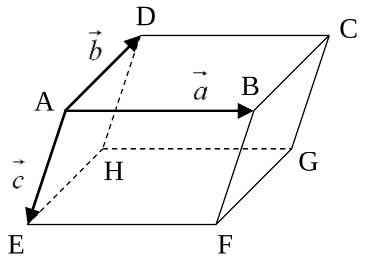
(2)　次の 2 点間の距離を求めよ。

①　A(1，－2，－3)，B(－1，－5，3)

②　O(0，0，0)，P(－1，2，－4)

$\boxed{2}$

平行六面体 ABCD-EFGH において，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\vec{c}$ とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{HF}}$，$\overrightarrow{\mathrm{CE}}$ を，それぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。



$\boxed{3}$

(1)　$\vec{a}=(1,\ -2,\ -3)$，$\vec{b}=(-1,\ -5,\ 3)$のとき，$-3\vec{a}+4\vec{b}$ を成分で表せ。また，その大きさを求めよ。

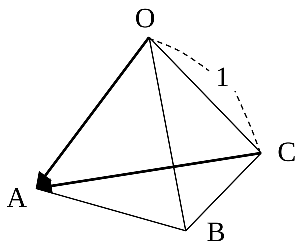
(2)　$\vec{a}=(1,\ -2,\ -3)$，$\vec{b}=(-1,\ -5,\ 3)$，$\vec{c}=(0,\ -4,\ -1)$のとき，$\vec{p}=(1,\ 0,\ 1)$を $\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}+u\vec{c}$ の形で表せ。

$\boxed{4}$

2 点 A $(-3,\ 2,\ -4)$，B$(1,\ -2,\ 3)$とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ に平行で，大きさが 3 のベクトル $\vec{p}$ を求めよ。

$\boxed{5}$

次の問いに答えよ。



(1)　1 辺の長さが 1 の正四面体 OABC において，
　内積$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CA}}$を求めよ。

(2)　$\vec{a}=(1,\ 4,\ 9)$，$\vec{b}=(-8,\ 3,\ 5)$のとき，内積$\vec{a}\cdot\vec{b}$を求めよ。
　また，$\vec{a}$，$\vec{b}$のなす角θを求めよ。

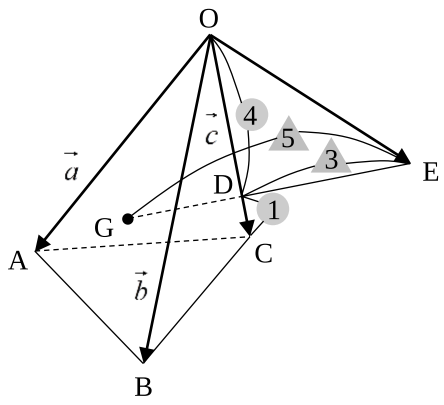
(3)　$\vec{a}=(1,\ 4,\ 9)$，$\vec{b}=(-8,\ 3+4x,\ 5-x)$が垂直であるとき，$x$の値を求めよ。

$\boxed{6}$

3 点 O(0，0，0)，A(－3，2，－4)，B(1，－2，3)を頂点とする三角形の面積 S を求めよ。

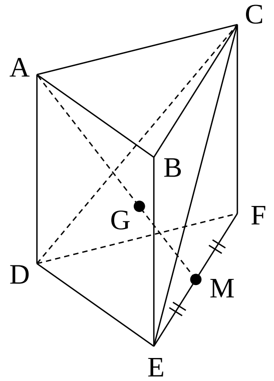
$\boxed{7}$

四面体 OABC があり，△OAB の重心を G，辺 OC を 4 : 1 に内分する点を D，線分 GD を 5 : 3 に外分する点を E とする。
$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき，
$\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。



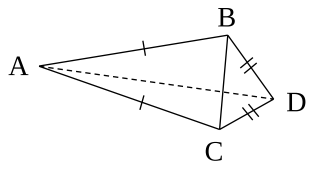
$\boxed{8}$

三角柱 ABC-DEF において，辺 EF の中点を M とし，△CDE の重心を G とするとき，3 点 A，G，M は一直線上にあることを証明せよ。



$\boxed{9}$

四面体 ABCD において，AB＝AC，BD＝CD とするとき，AD⊥BC であることを，ベクトルを用いて証明せよ。

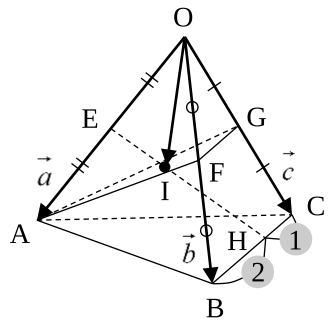


１０

次の問いに答えよ。

(1)　4 点 A$(-3,\ 2,\ -4)$，B$(3,\ 2,\ -1)$，C$(2,\ 0,\ 4)$，P$(x,\ 4,\ -6)$が同一平面上にあるとき，x の値を求めよ。

(2)　四面体 OABC において，辺 OA，OB，OC の中点を E，F，G，辺 BC を 2 : 1 に内分している点を H とし，直線 EH と平面 AFG の交点を I とする。
$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OI}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。



１１

次の問いに答えよ。

(1)　点 A(－3，2，－4)を通る次のような平面の方程式を，それぞれ求めよ。

①　x 軸に垂直　　②　y 軸に垂直　　③　xy 平面に平行

(2)　点 A(－3，2，－4)を中心とし，半径が 5 の球面の方程式を求めよ。

研究 1

(1)　点 A(−3, 2, −4)を通り，次のベクトル$\vec{u}$を方向ベクトルとする直線の方程式を求めよ。

①　$\vec{u}=(1,\ -2,\ 3)$　　　②　$\vec{u}=(3,\ 2,\ 0)$

(2)　2 点(−3, 2, −4), (1, −2, 3)を通る直線の方程式を求めよ。

(3)　2 直線 l_1：$\dfrac{x-7}{4}=\dfrac{y+5}{5}=z-8$，$l_2$：$\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{2}=5-z$ のなす角 θ を求めよ。

ただし，$0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ とする。

$\boxed{\text{研究２}}$

次の問いに答えよ。

(1)　点 A(-3，2，-4)を通り，法線ベクトルが $\vec{n}=(1，-2，3)$ である平面の方程式を求めよ。

(2)　点(-3，2，-4)と平面 $3x+2y-z-6=0$ の距離 h を求めよ。