

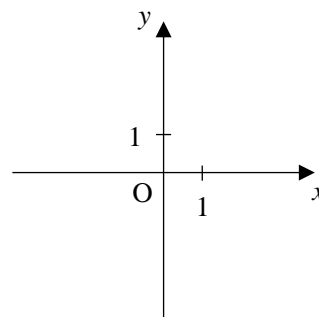
複素数平面

以下、 i は虚数単位を表すものとする。

1

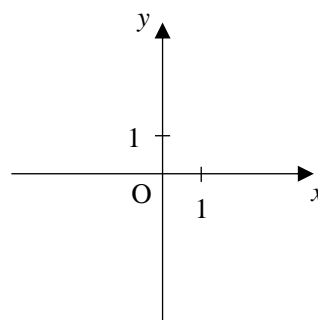
次の複素数を表す点を複素数平面上に図示せよ。

- (1) $3+i$ (2) $-2+3i$ (3) $-2-2i$
(4) $1-2i$ (5) 2 (6) $-3i$



2

- (1) $z = -2 + i$ のとき、4点 z , \bar{z} , $-z$, $-\bar{z}$ を複素数平面上にそれぞれ図示せよ。

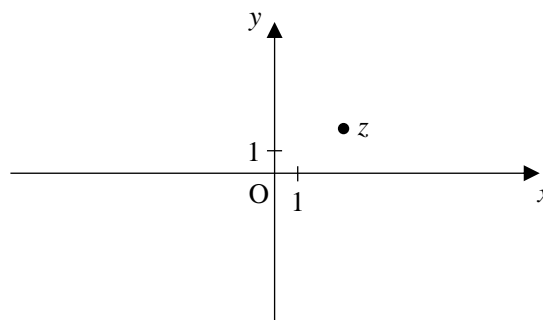


- (2) 複素数 α , β について、次の問いに答えよ。

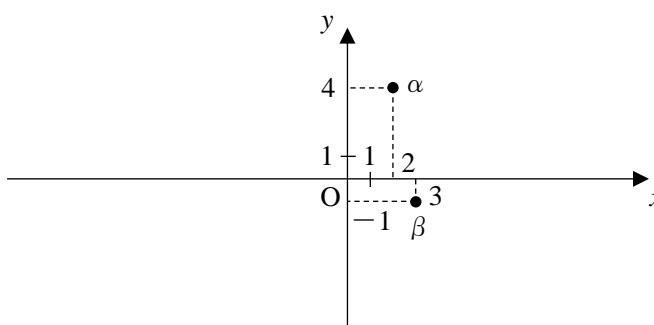
- ① $\bar{\alpha} - \bar{\beta} = 3$ のとき、 $\alpha - \beta$ を求めよ。
② $\bar{\alpha}\bar{\beta} = -i$ のとき、 $\alpha\beta$ を求めよ。

3

(1) $z=3+2i$ のとき, 点 $2z, 3z, -z, -2z, -3z$ を複素数平面上にそれぞれ図示せよ。



(2) $\alpha=2+4i, \beta=3-i$ のとき, 点 $\alpha+\beta, \alpha-\beta, -\alpha-4\beta$ を複素数平面上にそれぞれ図示せよ。



4

次の複素数の絶対値を求めよ。

- (1) $-2+i$ (2) $5-12i$ (3) -4 (4) $3i$

5

次の複素数を極形式で表せ。ただし, 偏角 θ は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

- (1) $1-i$ (2) $-\sqrt{3}+i$ (3) 2 (4) $-i$

6

$\alpha=1+i, \beta=-1-\sqrt{3}i$ のとき, $\alpha\beta, \frac{\alpha}{\beta}$ をそれぞれ極形式で表せ。

ただし, 偏角 θ は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

7

2つの複素数 $\alpha=1+\sqrt{3}i, z$ について, 点 αz は点 z をどのように移動した点か。

8

2つの複素数 $\alpha = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$, z について, 点 $\frac{z}{\alpha}$ は点 z をどのように移動した点か。

9

次の計算をせよ。

(1) $(1 - \sqrt{3}i)^6$

(2) $(-1 + i)^{-4}$

10

極形式を利用して, 方程式 $z^6=1$ を解け。

11

方程式 $z^3=8i$ を解け。

12

(1) 2点 $P(-6+7i)$, $Q(-i)$ を結ぶ線分 PQ を $1:3$ に内分する点, 外分する点を表す複素数を, それぞれ求めよ。また, 線分 PQ の中点を表す複素数を求めよ。

(2) 3点 $A(-6+7i)$, $B(-i)$, $C(3)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の重心を表す複素数を求めよ。

13

2点 $P(-6+7i)$, $Q(-i)$ 間の距離を求めよ。

14

次の等式を満たす点 z のえがく図形を求めよ。

(1) $|z+1|=|z-1+4i|$

(2) $|2z+4-3i|=5$

15

等式 $|z+16|=3|z-8i|$ を満たす点 z のえがく図形を求めよ。

16

点 z が原点 O を中心とする半径 1 の円周上を動くとき、 $w=2z-i$ を満たす点 w のえがく図形を求めよ。

17

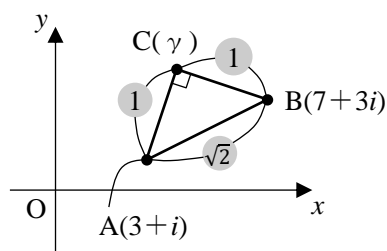
- (1) 3 点を $A(-\sqrt{3}+i)$, $B(1-\sqrt{3})$, $C(2+2i)$ とするとき、 $\angle BAC$ の大きさを求めよ。
 (2) 3 点 $A(-\sqrt{3}+i)$, $B(1-\sqrt{3})$, $C(ai)$ が次の条件を満たすように、実数 a の値を定めよ。
 ① 3 点 A, B, C が一直線上にある ② $AB \perp AC$

18

- (1) 異なる 3 点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$, $C(\gamma)$ に対して、等式 $(1+\sqrt{3}i)\beta - (-1+\sqrt{3}i)\alpha = 2\gamma$ が成り立つとき、 $\triangle ABC$ はどのような三角形か。
 (2) 異なる 3 点 $O(0)$, $A(\alpha)$, $B(\beta)$ に対して、等式 $\alpha^2 - \sqrt{3}\alpha\beta + \beta^2 = 0$ が成り立つとき、 $\triangle OAB$ はどのような三角形か。

19

- (1) $\alpha = 3+i$, $\beta = 7+3i$ とするとき、点 β を点 α のまわりに $\frac{2}{3}\pi$ だけ回転した点を表す複素数 z を求めよ。
 (2) 3 点 $A(3+i)$, $B(7+3i)$, $C(\gamma)$ を頂点とする三角形が、右の図のような
 $AB : AC : BC = \sqrt{2} : 1 : 1$ の直角二等辺三角形であるとき、 γ を求めよ。



研究

複素数 z が、不等式 $|2z+4-3i| \leq 5$ を満たすとき、点 z の表す領域を図示せよ。