微分法の応用

$\boxed{1}$

(1)　次の問いに答えよ。

①　曲線 $y=2^x$ 上の点(0，1)における接線と法線の方程式を求めよ。

②　原点から曲線 $y=2^x$ に引いた接線の方程式を求めよ。

(2)　放物線 $y^2=4x$ 上の点(1，2)における接線の方程式を求めよ。

(3)　媒介変数θによって表された曲線$x=4\cos\theta$，$y=2\sin\theta$ 上の，$\theta=\dfrac{\pi}{3}$に対応する点における接線の方程式を求めよ。

$\boxed{2}$

平均値の定理を用いて，次の不等式を証明せよ。

$x>0$ のとき　$\dfrac{x}{x+1}<\log(x+1)<x$

$\boxed{3}$

(1)　$f(x)=x-\log x$ の増減を調べよ。

(2)　次の関数の極値を求めよ。

①　$f(x)=\dfrac{x^2}{e^x}$　　②　$f(x)=-\cos 2x-x$　$(0\leqq x\leqq\pi)$

(3)　関数$f(x)=\dfrac{x}{x^2+a}$が$x=-2$ で極値をとるとき，定数aの値を求めよ。

また，このときの関数$f(x)$の極値を求めよ。

$\boxed{4}$

(1)　曲線$y=xe^x$のグラフをかけ。また，変曲点があれば求めよ。ただし，$\lim_{x\to-\infty} y=0$ であることは用いてもよい。

(2)　曲線$f(x)=\dfrac{1}{4}x^4-2x^2$の極値を求めよ。

(3)　曲線$y=\dfrac{x^2+1}{x-1}$の漸近線を求めよ。

5

x の関数 y が，θ を媒介変数として　$x=2\cos\theta-\cos2\theta$，$y=2\sin\theta-\sin2\theta$ で表されるとき，
$0\leqq\theta\leqq2\pi$ におけるグラフの概形をかけ。ただし，凹凸は調べなくてよい。

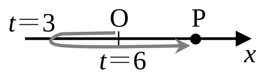
6

$x\geqq0$ のとき，不等式 $\log(x+1)\leqq\sqrt{x}$ が成り立つことを証明せよ。

7

(1)　次の問いに答えよ。

①　数直線上の動点 P の座標 x が，時刻 t の関数として
$x=t^2-6t$　と表されるとき，点 P の時刻 $t=3$，$t=6$ における速さ，および加速度の大きさを求めよ。



②　座標平面上を運動する点 P の座標が，時刻 t の関数として次の式で表されるとする。

$$x=t+\frac{1}{t},\quad y=t-\frac{1}{t}$$

このとき，速度 $\vec{v}$ と加速度 $\vec{\alpha}$，および $t=1$ における点 P の速さと加速度の大きさを求めよ。

(2)　体積が $\pi\,\mathrm{cm}^3/\mathrm{s}$ の割合で増加している球がある。
球の半径が 2cm になる瞬間において，球の表面積が増加する割合（速度）を求めよ。

8

次の問いに答えよ。

(1)　x が 0 に十分近いとき，次の式の 1 次の近似式を作れ。

①　$\dfrac{1}{1+x}$　　　　②　e^x

(2)　次の数の近似値を求めよ。

①　$\dfrac{1}{0.99}$　　　　②　$e^{0.01}$