出題範囲：2 次関数，確率，式と証明（整数問題），指数関数・対数関数，ベクトル

**1** 関数 $y=-(x^2+2x)^2+2(x^2+2x)$について，次の問いに答えよ。

((1)7 点，(2)13 点，計 20 点)

(1) $t=x^2+2x$ とするとき，$t$ のとり得る値の範囲を求めよ。

(2) $y$ の最大値と，そのときの $x$ の値を求めよ。

**2** 表，裏が等確率で出る硬貨が十分多く用意されているとする。$n$ 枚の硬貨を投げて表がちょうど 2 枚出るときの確率を $p_n$ とするとき，次の問いに答えよ。ただし，$n$ は 2 以上の自然数とする。

((1)7 点，(2)13 点，計 20 点)

(1) $\dfrac{p_{n+1}}{p_n}<1$ となる$n$の最小値を求めよ。

(2) 表がちょうど 2 枚出る確率が最大となる $n$ と，そのときの確率を求めよ。

3　自然数$x$，$y$，$z$が$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{3}{4}$，$x>y>z$を満たすとき，$x+y+z$ が最小となる $x$, $y$, $z$ を求めよ。　（20 点）

M さん：何からすればよいのやら…
A さん：取っ掛かりがないね。。とりあえず，$x$，$y$，$z$ に適当な数を代入してみようか。
M さん：$x>y>z$ だから，$(x,\ y,\ z)=(3,\ 2,\ 1)$を代入すると

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{2+3+6}{6}=\frac{11}{6}$$

これだと$\dfrac{3}{4}$を超えるから，$(x,\ y,\ z)=(6,\ 5,\ 4)$

を代入すると　$\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{10+12+15}{60}=\dfrac{37}{60}$

これだと$\dfrac{3}{4}$より小さくなる。。

A さん：$x>y>z$のとき$\dfrac{1}{x}<\dfrac{1}{y}<\dfrac{1}{z}$だから，

$\dfrac{1}{z}$が大きすぎても小さすぎてもダメな気がする。

M さん：まずは$\dfrac{1}{z}$の範囲を考えてみましょうか！

4　関数 $y=3^{2x}+3^{-2x}-4(3^x+3^{-x})$について，$3^x+3^{-x}=t$ とおくとき，$y$ を $t$ を用いて表せ。また，$y$ の最小値とそのときの $x$ の値を求めよ。　（20 点）

5　原点 O(0, 0, 0),
定点 A(1, 0, 2),
動点 P($2t$, $t+1$, $-t+3$)
がある。
∠AOP の大きさが最小となるときの実数 $t$ の値を求めよ。　（20 点）