

**1** 関数  $y=-(x^2+2x)^2+2(x^2+2x)$ について、次の問い合わせに答えよ。

((1)7点, (2)13点、計20点)

- (1)  $t=x^2+2x$ とするとき、 $t$ のとり得る値の範囲を求めよ。
- (2)  $y$ の最大値と、そのときの $x$ の値を求めよ。

**2** 表、裏が等確率で出る硬貨が十分多く用意されているとする。 $n$ 枚の硬貨を投げて表がちょうど2枚出るときの確率を  $p_n$  とするとき、次の問い合わせに答えよ。ただし、 $n$ は2以上の自然数とする。

((1)7点, (2)13点、計20点)

- (1)  $\frac{p_{n+1}}{p_n} < 1$ となる  $n$  の最小値を求めよ。

- (2) 表がちょうど2枚出る確率が最大となる  $n$  と、そのときの確率を求めよ。

**3** 自然数  $x, y, z$  が  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{3}{4}$ ,  $x > y > z$  を満たすとき、

$x+y+z$  が最小となる  $x, y, z$  を求めよ。

(20点)

Mさん：何からすればよいのやら…

Aさん：取っ掛かりがないね。。とりあえず、 $x, y, z$ に適當な数を代入してみようか。

Mさん： $x > y > z$ だから、 $(x, y, z) = (3, 2, 1)$ を代入すると

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{2+3+6}{6} = \frac{11}{6}$$

これだと  $\frac{3}{4}$  を超えるから、 $(x, y, z) = (6, 5, 4)$

を代入すると  $\frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{10+12+15}{60} = \frac{37}{60}$

これだと  $\frac{3}{4}$  より小さくなる。

Aさん： $x > y > z$  のとき  $\frac{1}{x} < \frac{1}{y} < \frac{1}{z}$  だから、

$\frac{1}{z}$  が大きすぎても小さすぎてもダメな気がする。

Mさん：まずは  $\frac{1}{z}$  の範囲を考えてみましょう！

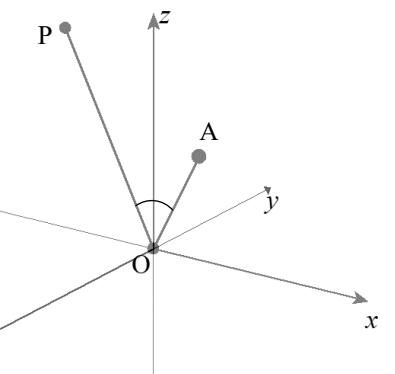
**5** 原点  $O(0, 0, 0)$ ,

定点  $A(1, 0, 2)$ ,

動点  $P(2t, t+1, -t+3)$  がある。

$\angle AOP$  の大きさが最小となるときの実数  $t$  の値を求めよ。

(20点)



**4** 関数  $y=3^{2x}+3^{-2x}-4(3^x+3^{-x})$ について、 $3^x+3^{-x}=t$ とおくとき、 $y$ を  $t$ を用いて表せ。また、 $y$ の最小値とそのときの  $x$  の値を求めよ。

(20点)