1 次の$\boxed{}$に最も適する語句を⓪～③から選べ。
ただし，k は実数とする。 ((1)～(3) 各 10 点，計 30 点)

(1) △ABC と△DEF において，AB＝DE，BC＝EF，∠A＝∠D であることは，△ABC≡△DEF であるための$\boxed{}$。

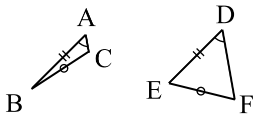
(2) △ABC と△DEF において, BC＝EF，∠A＝∠D，∠B＝∠E であることは，△ABC≡△DEF であるための$\boxed{}$。

(3) $k<\dfrac{1}{2}<k+1$ は$|k|\leqq 1$ であるための$\boxed{}$。

⓪ 必要十分条件である
① 必要条件であるが十分条件ではない
② 十分条件であるが必要条件ではない
③ 必要条件でも十分条件でもない

解答

(1) AB＝DE，BC＝EF，∠A＝∠D
⟹ △ABC≡△DEF
は偽。反例は右の図のような△ABC と△DEF

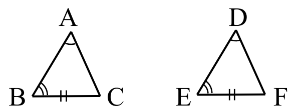


（三角形の合同条件は 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいときであり，(1)の条件は 2 辺とその間にない角がそれぞれ等しいときであるから。）
△ABC≡△DEF ⟹ AB＝DE，BC＝EF，∠A＝∠D は真。
（合同な三角形は，対応する辺や角が等しいから。）

$p \underset{\bigcirc}{\overset{\times}{\rightleftarrows}} q$ p は必要条件

よって ①

(2) BC＝EF，∠A＝∠D，∠B＝∠E
⟹ △ABC≡△DEF は真。



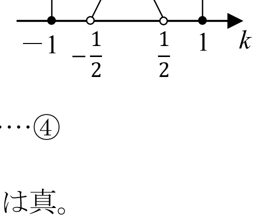
（∠A＝∠D，∠B＝∠E であるから
∠C＝180°－(∠A＋∠B) ＝180°－(∠D＋∠E)＝∠F
よって，1 辺とその両端の角がそれぞれ等しい。）
△ABC≡△DEF ⟹ BC＝EF，∠A＝∠D，∠B＝∠E は真。
よって ⓪

$p \underset{\bigcirc}{\overset{\bigcirc}{\rightleftarrows}} q$ p は必要十分条件

(3) $k<\dfrac{1}{2}<k+1$ は，$\begin{cases} k<\dfrac{1}{2} & \cdots\cdots ① \\ \dfrac{1}{2}<k+1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ と同じである。

①より $k<\dfrac{1}{2}$，②より $k>-\dfrac{1}{2}$

よって $-\dfrac{1}{2}<k<\dfrac{1}{2}$ ……③



また，$|k|\leqq 1$ を解くと $-1\leqq k\leqq 1$ ……④

したがって $k<\dfrac{1}{2}<k+1 \Rightarrow |k|\leqq 1$ は真。

$|k|\leqq 1 \Rightarrow k<\dfrac{1}{2}<k+1$ は偽。反例は $k=\dfrac{2}{3}$

以上から ②

$p \underset{\times}{\overset{\bigcirc}{\rightleftarrows}} q$ p は十分条件

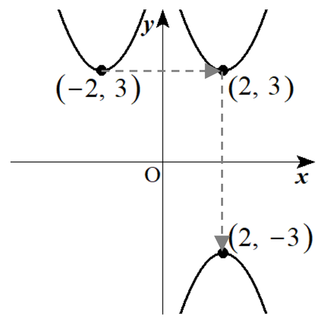
2 次の問いに答えよ。 ((1), (2) 各 15 点, 計 30 点)

(1) 放物線 $y=x^2+4x+7$ を y 軸に関して対称移動し，さらに x 軸に関して対称移動した放物線の方程式を求めよ。

(2) $a>0$ であり, 関数 $y=ax^2-4ax+3b$ $(0\leqq x\leqq 3)$ の最大値が 6, 最小値が 2 であるとき，定数 a，b の値を求めよ。

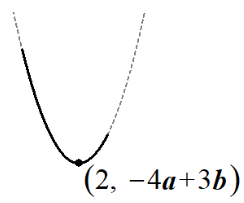
解答

(1) $y=x^2+4x+7$
$=(x+2)^2-4+7$
$=(x+2)^2+3$



よって，放物線の頂点は(－2，3)である。
y 軸に関して対称移動した放物線の頂点は(2，3)であるから
$y=(x-2)^2+3$
これを x 軸に関して対称移動した放物線の頂点は(2，－3)であり，上に凸の放物線になるから
$y=-(x-2)^2-3=-(x^2-4x+4)-3$
$\boldsymbol{=-x^2+4x-7}$
（$y=-(x-2)^2-3$ でも正解）

(2) $y=ax^2-4ax+3b$
$=a(x^2-4x)+3b$
$=a\{(x-2)^2-4\}+3b$
$=a(x-2)^2-4a+3b$



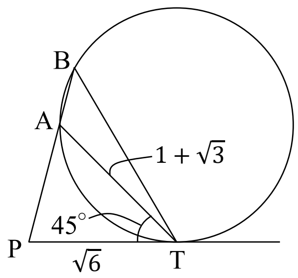
よって，放物線 y の頂点は
(2，$-4a+3b$)であり，$a>0$ であるから，
$0\leqq x\leqq 3$ において，最大値 6 は $x=0$ のとき，
最小値 2 は $x=2$ のときにとる。

したがって $\begin{cases} 6=3b & \cdots\cdots ① \\ 2=4a-8a+3b & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①から $b=2$，これを②に代入すると
$2=4a-8a+6$ $4a=4$ $a=1$

$\boxed{答}$ $\boldsymbol{a=1,\ b=2}$

3 右の図において，直線 PT は点 T で円と接している。
$\mathrm{PT}=\sqrt{6}$，$\mathrm{AT}=1+\sqrt{3}$，
∠ATP＝45° のとき，線分 AB の長さを求めよ。 （15 点）



解答

△ATP において，余弦定理により

$$\mathrm{AP}^2=\left(1+\sqrt{3}\right)^2+\left(\sqrt{6}\right)^2-2\cdot\left(1+\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt{6}\cdot\cos 45^\circ$$

$$=1+2\sqrt{3}+3+6-2\sqrt{6}\left(1+\sqrt{3}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$=10+2\sqrt{3}-2\sqrt{3}-6=4$$

AP＞0 であるから　AP＝2

方べきの定理により，PT^2＝PA・PB であるから

$(\sqrt{6})^2$＝2・(2＋AB)

6＝4＋2AB

よって　**AB＝1**

4 次の問いに答えよ。 ((1) 10 点, (2) 15 点, 計 25 点)

(1) M さんは格闘ゲームをやっていて，キャラクタ a と b をよく使っている。勝てば持ち点が増え，負ければ減るシステムで，キャラ a，b の直近 6 試合の持ち点の増減 x，y は，次の通りである。

試合	1	2	3	4	5	6
キャラ a : x	＋5	＋7	－14	＋7	＋20	－13
キャラ b : y	＋3	＋1	＋4	－6	＋3	＋7

x と y の平均値と標準偏差を求めよ。

(2) このゲームでは，持ち点の多い対戦相手に勝つと持ち点が大きく増えて負けると少し減り，持ち点の少ない対戦相手に勝つと持ち点は少し増えて負けると大きく減るとする。次の記述(Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ)の正誤の組合せとして正しいものを，⓪～⑦から選べ。

(Ⅰ) データ x，y から，今後キャラ b よりキャラ a の方が持ち点が増える傾向がある。

(Ⅱ) キャラ a は持ち点の少ない相手に負けることもあるが，持ち点の多い相手に勝つ可能性も持っている。

(Ⅲ) キャラ b は持ち点の少ない相手に勝つ確率が高い。

	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(Ⅰ)	正	正	正	正	誤	誤	誤	誤
(Ⅱ)	正	正	誤	誤	正	正	誤	誤
(Ⅲ)	正	誤	正	誤	正	誤	正	誤

解答

(1) x，yの平均を$\bar{x}$，$\bar{y}$とすると

$$\bar{x}=\frac{5+7-14+7+20-13}{6}=\frac{12}{6}=\mathbf{2},$$

$$\bar{y}=\frac{3+1+4-6+3+7}{6}=\frac{12}{6}=\mathbf{2}$$

また，x，yの分散を$s_x{}^2$，$s_y{}^2$とすると

$s_x{}^2=\overline{x^2}-(\bar{x})^2$，$s_y{}^2=\overline{y^2}-(\bar{y})^2$である。

$$\overline{x^2}=\frac{5^2+7^2+(-14)^2+7^2+20^2+(-13)^2}{6}$$

$$=\frac{25+49+196+49+400+169}{6}=\frac{888}{6}=148,$$

$$\overline{y^2}=\frac{3^2+1^2+4^2+(-6)^2+3^2+7^2}{6}$$

$$=\frac{9+1+16+36+9+49}{6}=\frac{120}{6}=20$$

よって　$s_x{}^2=\overline{x^2}-(\bar{x})^2=148-2^2=144,$

$s_y{}^2=\overline{y^2}-(\bar{y})^2=20-2^2=16$

したがって，求める x，y の標準偏差 s_x，s_y は

s_x＝12，　s_y＝4

(2) (Ⅰ) (1)より，$\bar{x}$，$\bar{y}$はともに 2 であるから持ち点の増減の平均値に差はない。よって，誤り。

(Ⅱ) データには，－14，＋20，－13 のように持ち点の増減の大きな試合が多いので，正しい。

(Ⅲ) データ y には，＋3，＋1，＋4，＋3 のように持ち点が少し増える試合が多く，また，持ち点が大きく減る試合がないので，正しい。

以上から　④